Prof. Dr. Alfred Toth

Die Isomorphie des semiotischen Modalkalküls mit der komplexen Semiotik

In Toth (2007, S. 143-213) wurde gezeigt, dass die klassische (zweiwertige) Logik ohne Formalitätsverlust auf die mathematische Semiotik reduziert werden kann. Vielleicht sollte man besser sagen, dass die Gesetze der klassischen Logik auch dann noch gelten, wenn sie in der Form von triadischen Zeichen anstatt in Form von syntaktischen Monaden geschrieben werden. Jedenfalls enthält die mathematische Semiotik mindestens die Hauptteile der klassischen Logik (Aussagen-, Klassen-, Relationen-, Prädikatenlogik, Modelltheorie, Boolesche Algebra). Es ist aber natürlich klar, dass die Semiotik ihrerseits weder auf die klassischen noch auf nicht-klassische Logikkalküle abgebildet werden kann.

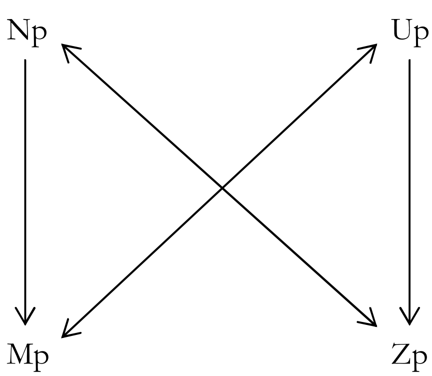
Nun ist es bekannt, dass Peirce das abstrakte Zeichenmodell in doppelter Weise eingeführt hatte, nämlich erstens in Form von Relationen über Fundamentalkategorien

Z = R(M, O, I)

und zweitens in Form von Relationen über Modalkategorien

Z = R(M, W, N).

Beachte, dass “M” in der ersten Gleichung für Mittelbezug, in der zweiten Gleichung jedoch für “Möglichkeit” steht. Peirce hat hier also 1. die klassischen Modalitäten M und N um die weitere Modalität W ergänzt, und 2. die Negationen weggelassen. Die klassischen Modalitäten M und N und ihre Negate U und Z lassen sich in dem folgenden logischen Quadrat darstellen (Menne 1991, S. 56):



Wenn wir als Negat der semiotischen Modalität W den Funktor V einführen, bekommen wir folgendes semiotisch-logisches Diagramm:

$$
\begin{tikzcd}
Np \arrow[d] \arrow[ddr, leftrightarrow] & Up \arrow[d] \arrow[ddl, leftrightarrow] \\
Wp \arrow[d] \arrow[r, leftrightarrow] & Vp \arrow[d] \\
Mp & Zp
\end{tikzcd}
$$

Wie man erkennt, entsprechen die 1-stufigen semiotischen Modalfunktoren den (monadischen) Primzeichen. Wenn wir nun analog zu logischen modalen Stufenfunktoren 2-stufige semiotische Modalfunktoren einführen, bekommen wir also die logisch-semiotischen Entsprechungen der semiotischen (dyadischen) Subzeichen. Da sich (triadische) Zeichenklassen und Realitätsthematiken eineindeutig aus Subzeichen zusammensetzen lassen (vgl. Walther 1979, S. 79), genügen also 2-stufige semiotischen Modalfunktoren zur Konstruktion sämtlicher semiotischer Relationen.

Auf Seiten 4-5 präsentieren wir das vollständige Schema der kombinatorisch möglichen 1- und 2-stufigen semiotischen Modalfunktoren in der Schreibweise der modalen Kategorien.

Auf Seiten 6-7 findet man dasselbe Schema in der Schreibweise der numerischen Kategorien. Dabei zeigt sich die Redundanz des gesamten 2. Blockes der 2-stufigen semiotischen Modalfunktoren, d.h. der Kombinationen von U, V und Z, denn es gilt ja

U = ¬M = ¬(.1.) = -(.1.)
V = ¬W = ¬(.2.) = -(.2.)
Z = ¬N = ¬(.3.) = -(.3.),

wobei –(.1.) = sowohl –1. als auch –.1. bedeuten kann, d.h. es kann sowohl der semiotische Hauptwert (die Triade) als auch der semiotische Stellenwert (die Trichotomie) negiert werden. Damit kann die modalitätentheoretische Interpretation der kleinen semiotischen Matrix, die Bense (1979, S. 61) gegeben hatte:

Seinsmöglichkeit	Realmöglichkeit	Begriffsmöglichkeit
Vermittlungswirklichkeit	Objektwirklichkeit	thetische Wirklichkeit
mögliche Notwendigkeit	realisierte Notwendigkeit	standardisierte Notwendigkeit

folgendermassen ergänzt bzw. präzisiert werden:

Nichtsmöglichkeit Seinsunmöglichkeit	irreale Möglichkeit reale Unmöglichkeit	Substanzmöglichkeit Begriffsunmöglichkeit
Unmittelbarkeitswirklichkeit Vermittlungsunwirklichkeit	Subjektwirklichkeit Objektunwirklichkeit	interpretative Wirklichkeit thetische Unwirklichkeit
unmögliche Notwendigkeit mögliche Zufälligkeit	unrealisierte Notwendigkeit realisierte Zufälligkeit	nicht-standard. Notwendigkeit standardisierte Zufälligkeit

Ferner ergibt sich eine Negation sowohl des triadischen Haupt- als auch des trichotomischen Stellenwertes bei 2-stufigen semiotischen Modalfunktoren. Zusammen mit der rein positiven Parametrisierung bekommen wir also für jeden 2-stufigen Funktor der Gestalt XYp die folgenden 4 Möglichkeiten:

$XYp, \neg XYp, X\neg Yp, \neg X\neg Yp.$

Zusätzlich kann für die logische Variable p jedes der drei Primzeichen aus PZ = {.1., .2., .3.} eingesetzt werden. Zusammen mit der Negation ergeben sich damit die folgenden 4 zusätzlichen Möglichkeiten:

$XY\neg p, \neg XY\neg p, X\neg Y\neg p, \neg X\neg Y\neg p.$

Wie man leicht zeigt, sind also die 2-stufigen semiotischen Modalfunktoren der parametrischen Gestalt

$\pm X\pm Y$ $(X, Y \in \{M, W, N\})$

isomorph zur komplexen semiotischen Matrix

$$\begin{pmatrix} \pm1.\pm1 & \pm1.\pm2 & \pm1.\pm3 \\ \pm2.\pm1 & \pm2.\pm2 & \pm2.\pm3 \\ \pm3.\pm1 & \pm3.\pm2 & \pm3.\pm3 \end{pmatrix}$$

Zusammen mit den 1-stufigen semiotischen Modalfunktoren

$\pm M, \pm W, \pm N$ bzw. $\pm(.1.), \pm(.2.), \pm(.3.)$

ergibt sich also die Isomorphie des semiotischen Modalkalküls mit der komplexen Semiotik.